

**DARIUSZ SELDER SDB**

## ZAGADNIENIE ROZUMIENIA TRZECIEJ WARTOŚCI LOGICZNEJ U J. ŁUKASIEWICZA

Niniejszy artykuł dotyczy zagadnienia rozumienia trzeciej wartości logicznej w ujęciu Jana Łukasiewicza i stanowi prezentację jego filozoficznych rozważań w tej kwestii. Dlatego też kładzie się tu akcent na pozaformalne podłoże systemu logiki trójwartościowej oraz jego interpretację wraz z matrycami funkcyjów prawdziwościowych tego systemu.

Zagadnienie trzeciej wartości logicznej u Łukasiewicza, pojawiło się w związku z rozważaniami dotyczącymi determinizmu, indeterminizmu, konieczności i wolności, czyli przede wszystkim jako problem natury filozoficznej. W 1918 roku, odwołując się do swych wcześniejszych badań nad zasadą niesprzeczności u Arystotelesa<sup>1</sup>, Łukasiewicz postawił tezę, że oprócz zdań prawdziwych i fałszywych istnieją jeszcze zdania możliwe, którym przysługuje trzecia wartość logiczna<sup>2</sup>. I chociaż wniosek ten poprzedzony był pewnymi sugestiami w tym względzie<sup>3</sup>, nie zmienia to jednak faktu, że prekursorem wprowadzenia trzeciej wartości logicznej i twórcą logiki trójwartościowej jest właśnie J. Łukasiewicz<sup>4</sup>. Referaty

---

<sup>1</sup> Por. J. Łukasiewicz, *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*, Kraków 1910.

<sup>2</sup> Por. J. Woleński, *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*, Warszawa 1985, s. 115.

<sup>3</sup> Chodzi tu o różne sugestie co do rewizji logiki dwuwartościowej, które wysuwali: Ch. Peirce, H. McColl, M. Wasiliew i T. Kotarbiński. Por. J. Woleński, dz. cyt., s. 118.

<sup>4</sup> Niezależne od Łukasiewicza, poszukiwania E. Posta zaowocowały również konstrukcjami logik wielowartościowych. Jego logiki wielowartościowe mają jednak charakter konstrukcji kombinatorycznych i pozbawione są filozoficznej interpretacji. Por. *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny z zastosowaniem do informatyki i lingwistyki*, red. W. Marciszewski, Warszawa 1987, s. 382-383.

Łukasiewicza z 1920 roku: „O pojęciu możliwości” i „Logika trójwartościowa” traktuje się jako wprowadzenie logik innych niż dwuwartościowe. Pozostaje on też pierwszym, który przedstawił filozoficzną interpretację trzeciej wartości.

Początkowe rozważania na temat ewentualnej logiki nie-arystotelesowskiej, a więc nie-dwuwartościowej, wiązały się z dyskusją na temat prawa sprzeczności i prawa wyłączonego środka. Z tym drugim prawem łączono pytanie o to, czy prawda jest wieczna, czy też wieczna i odwieczna (determinizm). J. Łukasiewicz w wykładzie z 1922 roku zajął stanowisko przeciwne determinizmowi uznając, że prawda jest jedynie wieczna.

Główna tezę determinizmu można przedstawić następująco: „Jeśli A, jest b w chwili t, to prawdą jest w każdej chwili wcześniejszej od t, że A jest b w chwili t.” Stąd, zgodnie z tym, można sformułować sąd, że: „Jeśli Jan będzie jutro w południe w domu, to prawdą jest już w chwili obecnej, że Jan będzie jutro w południe w domu” oraz, że „Jeśli Jan będzie jutro w południe w domu, to nie jest prawdą w chwili obecnej, że Jan nie będzie jutro w południe w domu” Takie rozumowanie wydawało się być zgodne z zasadą wyłączonego środka:  $p \vee \sim p$ .

Jednak Łukasiewicz, wychodząc od krytyki zasady przyczynowości i wykazując, że mogą istnieć w przyszłości zdarzenia, których przyczyna dziś jeszcze nie istnieje, wyciągnął z tego dalsze konsekwencje, że zdań dotyczących takich przyszłych zdarzeń nie można ani przyjąć, ani odrzucić, czyli nie można uznać ani za prawdziwe, ani za fałszywe<sup>5</sup>. Stwierdził między innymi, „że istnieją zdania, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, tylko jakieś obojętne. Takimi są wszystkie zdania o faktach przyszłych, które nie są obecnie przesądzone. Zdania te nie są w chwili obecnej prawdziwe, bo nie mają żadnego realnego odpowiednika, ani nie są fałszywe, bo ich zaprzeczenia także nie mają realnego odpowiednika. Posługując się niezbyt jasną terminologią filozoficzną, można by powiedzieć, że zdaniom tym nie odpowiada ontologicznie ani byt, ani niebyt, lecz możliwość. Zdania obojętne, którym ontologicznie odpowiada możliwość, mają trzecią wartość logiczną”<sup>6</sup>.

Łukasiewicz zaznaczał, że przyjęcie istnienia zdań o trzeciej wartości logicznej nie ma nic wspólnego z odrzuceniem zasady niesprzeczności czy zasady wyłączonego środka jako praw logiki. Ma to natomiast związek z zasadą dwuwartościowości. Powołał się przy tym na rozważania Arystotelesa, który w 9 rozdziale Hermeneutyki zauważył, że jakkolwiek prawdziwa jest alternatywa zdań: „Jutro odbędzie się bitwa morska lub jutro nie odbędzie się bitwa morska”, to nie jest prawdą już dzisiaj, że „jutro odbędzie się bitwa morska” albo, że „jutro nie odbędzie się bitwa morska” Tym dwóm ostatnim zdaniom, jako nie przesądzonym,

<sup>5</sup> Por. J. Łukasiewicz, *O determinizmie*, w: *Z zagadnień logiki i filozofii*, red. J. Śłupecki, Warszawa 1961, s. 119-120.

<sup>6</sup> Tamże, s. 125.

przysługuje inna wartość logiczna niż prawda i fałsz i według Łukasiewicza jest to trzecia wartość logiczna<sup>7</sup>.

Zdanie, które nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe, ma wartość różną od „0”, czyli od fałszu i od „1”, czyli prawdy. Wartość tę (możliwość) oznaczył Łukasiewicz przez „1/2”. Jednocześnie, konstruując matrycę wyznaczającą system logiki trójwartościowej zauważył, że jeżeli zdanie dotyczące przyszłości ma wartość 1/2, to jego negacja musi mieć wartość taką samą. Daje to równość  $N1/2=1/2$ . Oprócz przejętych z dwuwartościowego systemu rachunku zdań wszystkich równości, w których nie występuje wartość 1/2, ustalił następujące wartości dla implikacji, w których ta wartość występuje:  $C01/2=1$ ,  $C1/20=1/2$ ,  $C1/21/2=1$ ,  $C1/21=1$ ,  $C11/2=1/2$ <sup>8</sup>.

W ten sposób implikację trójwartościowego systemu rachunku zdań można przedstawić przy pomocy następującej matrycy, w której „1” jest wartością wyróżnioną:

C	0	1/2	1	N
0	1	1	1	1
1/2	1/2	1	1	1/2
1*	0	1/2	1	0

Możliwość została przez Łukasiewicza zdefiniowana następująco:  
 $Mp =_{df} CNpp$ <sup>9</sup>

System logiki trójwartościowej Łukasiewicza jest systemem aksjomatyzowalnym i takim, że alternatywa i koniunkcja są definiowane za pomocą funkcji implikacji i negacji. Jednak nie można w nim zdefiniować implikacji przy pomocy alternatywy koniunkcji i negacji.

Oto definicje alternatywy, koniunkcji i równoważności za pomocą implikacji lub też implikacji i negacji oraz ich matrycowa interpretacja:

<sup>7</sup> Por. tamże.

<sup>8</sup> Por. J. Łukasiewicz, *Uwagi filozoficzne i wielowartościowych systemach rachunku zdań*, w: *Z zagadnień logiki i filozofii*, dz. cyt., s. 153-155.

<sup>9</sup> Ta definicja jest autorstwa A. Tarskiego, na rzecz której Łukasiewicz zrezygnował z własnej:  $Mp =_{df} AepNp\Pi qNCpKqNq$ . Por. tamże, s. 155.

alternatywa:  
 $A_{pq} = {}_{df}CCpqq$

koniunkcja:  
 $K_{pq} = {}_{df}NANpNq$

Równoważność:  
 $E_{pq} = {}_{df}KCpqCqp$

A	0	1/2	1
0	0	1/2	1
1/2	1/2	1/2	1
1*	1	1	1

K	0	1/2	1
0	0	0	0
1/2	0	1/2	1/2
1*	0	1/2	1

E	0	1/2	1
0	1	1/2	0
1/2	1/2	1	1/2
1*	0	1/2	1

Należy tu podkreślić, że odpowiedniki niektórych praw logiki dwuwartościowej w tym systemie nie są tezami, gdyż nie otrzymują wartości wyróżnionej dla  $p=1/2$ . Są to:  $p \vee \sim p$ ,  $\sim(p \wedge \sim p)$ ,  $\sim(p \equiv \sim p)$  i  $[p \rightarrow (q \equiv \sim q)] \rightarrow \sim p$ <sup>10</sup>.

Budując metodą matrycową trójwartościowy rachunek zdań Łukasiewicz przyjmował, że oprócz prawdy i fałszu istnieje trzecia wartość logiczna. Deklarował jednocześnie swoje stanowisko jako odrzucenie zasady dwuwartościowości oraz uogólniał pojęcie funktora prawdziwościowego na funktory scharakteryzowane przez tabelki trójwartościowe, w których wartości logiczne są interpretowane semantycznie. L. Borkowski zauważył jednak, że pojęcia: matrycy, spełniania wyrażen matrycy i tautologii matrycy, są pojęciami syntaktycznymi. Dlatego i system rachunku zdań, którego matryca o najmniejszej ilości elementów ma więcej niż dwa elementy, może być traktowany czysto formalnie, bez przyjmowania jakiegokolwiek semantycznej interpretacji. W związku z tym budowanie takiego systemu nie musi być związane z odrzuceniem zasady dwuwartościowości<sup>11</sup>.

Przy budowie systemu trójwartościowego rachunku zdań, J. Łukasiewicz, interpretując semantycznie wartości trójwartościowej matrycy, brał pod uwagę inny – trójczłonowy podział zdań o przyszłych zdarzeniach. Rozpatrując bowiem zdania o przyszłych zdarzeniach mówił on o zdaniach prawdziwych „dzisiaj”, fałszywych „dzisiaj” oraz o takich, które „dziś” nie są ani prawdziwe, ani fałszywe. Wiadomo jednak, że klasyczna koncepcja prawdy nie dopuszcza możliwości uzupełnienia terminu „prawdziwy”, „fałszywy” określeniami czasowymi. A więc Łukasiewicz nie wykazał, że oprócz prawdy i fałszu (w sensie klasycznym) istnieje trzecia wartość logiczna. W rzeczywistości, oprócz (czy też obok) podziału zdań na prawdziwe i fałszywe, Łukasiewicz wprowadził podział zdań o przyszłych zdarzeniach na zdania „dziś prawdziwe”, „dziś fałszywe” i zdania o trzeciej wartości

<sup>10</sup> Por. *Mała encyklopedia logiki*, red. W. Marciszewski, Wrocław 1988, s. 117-118.

<sup>11</sup> Por. L. Borkowski, *Kilka uwag o zasadzie dwuwartościowości i logikach wielowartościowych*, w: *Studia logiczne. Wybór*, TNKUL Lublin 1990, s. 472.

logicznej, które „dziś” nie są ani prawdziwe, ani fałszywe. Nie zwróciwszy przy tym dostatecznej uwagi na różnicę między wyrażeniami „prawdziwy” i „dziś prawdziwy”, ujął on swoje stanowisko jako odrzucenie poglądu, że podział zdań na prawdziwe i fałszywe, jest podziałem zupełnym. W rzeczywistości jednak, wprowadził on inny podział zdań. Zdania, które według Łukasiewicza mają trzecią wartość logiczną, są także prawdziwe lub fałszywe w sensie klasycznym, choć nie są ani dziś prawdziwe, ani dziś fałszywe.

### Summary

#### The problem of the interpretation of the third value by J. Łukasiewicz

This article presents the main ideas of Łukasiewicz's three-valued logic especially his interpretation of the third value. It is sought to show a philosophical background of Łukasiewicz's three-valued modal system that is based on his opinion upon determinism and interpretation of sentences relating to the future.