MAREK SZYDŁOWSKI

FILOZOFICZNE ASPEKTY POJĘCIA STABILNOŚCI

W filozoficznych analizach relacji pomiędzy własnościami przyrody a ich intelektualnym odwzorowaniem w poznaniu przyrodniczym często podejmowane są zagadnienia prostoty i niezmienności przyrody, idealizacji opisu, metody przybliżeń jako efektywnego środka do poznania skomplikowanych relacji i struktur. W analizach tych zauważyć można duże rozbieżności interpretacyjne przy charakterystyce pojęć idealizacji czy niezmienności. Środkiem do usunięcia tych wieloznaczności, oraz do ukazania głębszych uwarunkowań wspomnianych własności i procedur badawczych, jest analizowane w niniejszej pracy pojęcie stabilności układu.

1. PODSTAWOWE POJĘCIA

Pojęcie stabilności bywa używane w różnych znaczeniach. Nie mając na uwadze dokładnego ich przedstawienia, wymieńmy trzy znaczenia:

Stabilność problemu Cauchy'ego

Prawa fizyki są bardzo często formułowane w postaci równań różniczkowych i ich układów. Stąd, aby rozwiązanie określić jednoznacznie, należy przyjąć dodatkowo pewne warunki, zwane ogólnie warunkami granicznymi. Problem szukania funkcji spełniającej dany układ równań różniczkowych oraz zadane warunki graniczne nazywa się problemem Cauchy'ego albo zagadnieniem granicznym. Poprawnie sformułowany problem Cauchy'ego powinien uwzględniać trzy postulaty. Po pierwsze, rozwiązanie problemu winno istnieć, po drugie, rozwiązanie powinno być jednoznacznie określone przez warunki graniczne, wreszcie, powinno ono w sposób ciągły i różniczkowalny zależeć od warunków początkowych. Znaczenie postulatów pierwszego i drugiego jest następujące: model, czyli równanie różniczkowe, powinien w sposób jednoznaczny określać obiekt fizyczny, przy czym jednoznaczność ta jest ustalona przez odpowiedniość warunków początkowych i rozwiązań. Inaczej mówiąc, równanie różniczkowe jest modelem procesu zdeterminowanego. Postulat trzeci uwzględnia aproksymacyjny charakter praw fizyki. Warunki początkowe, za pomocą których wybieramy rozwiązanie ze zbioru rozwiązań, znane są nam jedynie w przybliżeniu, z dokładnością ograniczoną przez pomiar.

Postulat ten zapewnia, że rozwiązania tym lepiej odpowiadają rzeczywistości, im lepiej określimy warunki początkowe, a sama nieoznaczoność w wyborze warunków początkowych tkwi we własnościach opisu. Innymi słowy, zagadnienie Cauchy'ego winno charakteryzować się pewnego rodzaju stabilnością, tj. małe zmiany warunków początkowych powinny mało zmieniać rozwiązanie.

Stabilność strukturalna

Zasada powtarzalności eksperymentu głosi, że ten sam eksperyment powinien dawać identyczny wynik, jeśli zadbamy, aby zachodził w tych samych warunkach. Oczywiście nigdy nie możemy zapewnić dokładnie identycznych warunków eksperymentalnych, dlatego praktycznie powtarzalność eksperymentu oznacza, że dostatecznie małe zaburzenia warunków eksperymentu nie powinny w sposób istotny odbić się na wynikach pomiaru. Wynika stąd, że matematyczny opis zjawisk fizycznych powinien charakteryzować się swego rodzaju nieczułością na zaburzenia warunków eksperymentu. Matematyczne sformułowanie tego warunku prowadzi do pojęcia strukturalnej stabilności.

Stabilność położenia równowagi

Jeśli małe zaburzenia układu, które wyprowadzają go ze stanu pierwotnej równowagi zanikają w czasie, położenie to jest stabilnym położeniem równowagi. Zilustrujmy to na przykładzie. Rozważmy ciało o pewnej niewielkiej masie m zawieszone na idealnej sprężynie. W chwili początkowej znajduje się ono w położeniu równowagi. Odchylmy masę m z położenia równowagi naciągając sprężynę a następnie pozostawmy układ samemu sobie. Jeśli ośrodkiem będzie próżnia, układ wykona idealne drgania o stałym okresie i nie powróci już do pierwotnego położenia równowagi. Sytuacja zmieni się, jeśli dodatkowo ruch układu będzie zaburzony przez własności ośrodka, który tłumi amplitudę jego drgań. W takim wypadku, po teoretycznie nieskończonym czasie, układ powróci do pierwotnego położenia równowagi.

Położenie to będzie stabilnym położeniem równowagi. Badania wpływu różnego typu zaburzeń położenia równowagi posiadają praktyczną korzyść dla fizyki, ponieważ uważa się, że stabilnym stanom odpowiadają stany równowagi fizycznej, stabilne konfiguracje cząstek itp. Trudność polegającą na tym, że względem pewnych zaburzeń położenie równowagi może być stabilne a względem innych nie, fizyk rozwiązuje w ten sposób, że a priori jest mu wiadomo, jakie procesy fizyczne, których nie uwzględnił w opisie zjawiska, zakłócają dane zjawisko.

Z tego zestawienia znaczeń pojęcia stabilności widzimy, że: pojęcie stabilności położenia równowagi odnosi się do stanu układu, natomiast zarówno stabilność problemu Cauchy'ego, jak i stabilność strukturalna dotyczą naszego opisu zjawisk. Stabilność problemu Cauchy'ego dotyczy konkretnego rozwiązania. Jak zobaczymy dalej, stabilność strukturalna dotyczy modelu jako całości.

2. WIĘCEJ O POJĘCIU STRUKTURALNEJ STABILNOŚCI

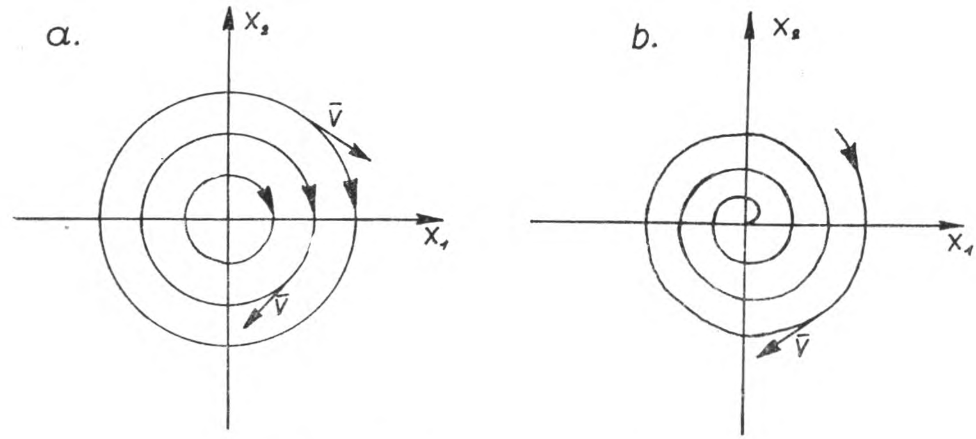
Rozważmy równanie różniczkowe postaci: $\dot{x}=v(x)$, określone przez pole wektorowe v na rozmaitości M (kropka oznacza różniczkowanie po czasie). Wektory pola v(x) reprezentują wektory prędkości krzywych fazowych na płaszczyźnie fazowej M. Będziemy również mówić, że pole wektorowe v określa układ dynamiczny na płaszczyznie fazowej M. Załóżmy, że rozwiązanie naszego układu możemy przedłużać nieograniczenie (gdy M jest przestrzenią zwartą zachodzi to zawsze).

Rozważmy ten sam przykład wahadła sprężynowego, który omawialiśmy wcześniej. Ośrodek charakteryzuje się pewną stałą k i oddziałuje na ruch masy siłą przeciwnie skierowaną do jego ruchu i proporcjonalną do prędkości tego ruchu. Równanie ruchu wahadła w zmiennych: x_1 — położenie, x_2 — prędkość, opisuje układ równań różniczkowych:

$$\dot{x}_1=x_2, \quad \dot{x}_2=-x_1-kx_2$$

Krzywe fazowe tego układu ukazuje rys. 1. Jeśli $k=0$, to wszystkie krzywe fazowe są zamknięte. Gdy $k>0$, mamy tzw. ognisko. Z rys. 1 widzimy, że jeśli współczynnik tarcia ośrodka pierwotnie był równy zeru, a następnie jest większy od zera, następuje jakościowa zmiana zachowania się krzywych fazowych. Różnicę pomiędzy zachowaniem się wahadła z tarciem i bez tarcia wyrażamy w następujący sposób: wahadło bez tarcia jest układem strukturalnie niestabilnym, wahadło z tarciem jest strukturalnie stabilne.

Możemy teraz z grubsza określić pojęcie strukturalnej stabilności: *Układ nazywamy strukturalnie stabilnym, jeśli dla dowolnej, dostatecznie małej zmiany pola wektora prędkości fazowej powstały układ jest równoważny układowi wyjściowemu.*



$$\bar{V}(X_1, X_2) = [X_2, -X_1 - kX_2]$$

Rys. 1. Krzywe fazowe wahadła: a) bez tarcia, b) z tarciem, Krzywe te kreślimy w ten sposób, że wektor v jest styczny do nich w każdym ich punkcie.

W definicji pojęcia stabilności strukturalnej występują więc dwa elementy:

1) dopuszczalny rodzaj zaburzenia
2) pojęcie równoważności układów

Różne definicje pojęcia strukturalnej stabilności różnią się odmiennym sformułowaniem obu tych elementów.

A. W teorii układów dynamicznych równoważność przyjmuje postać równoważności topologicznej, tj. żąda się, by istniał homeomorfizm przestrzeni fazowej pierwszego układu na przestrzeń fazową drugiego układu, zachowujący orientację krzywych fazowych. Dopuszczalne małe zaburzenia są małymi zaburzeniami rozważanych równań różniczkowych (albo, co na jedno wychodzi, wektorów prędkości fazowej).

B. W teorii katastrof równoważność jest ustalona przez dyfeomorfizm (jest to równoważność mocniejsza niż w poprzednim przypadku), tj. mówimy, że odwzorowania $f : M \to N$ oraz $\bar{f} : M_1 \to N_1$ są równoważne (albo posiadają ten sam typ różniczkowy), jeśli istnieje para dyfeomorfizmów $h : M_1 \to M$, $g : N_1 \to N$ klasy C^∞, dla której przemienny jest diagram:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, "\tilde{f}"] \arrow[d, "h"'] & N_1 \arrow[d, "g"] \\ M \arrow[r, "f"] & N \end{tikzcd}$$

Dopuszczalnymi zaburzeniami są małe, gładkie zaburzenia odpowiedniej rodziny funkcji.

C. Każda dziedzina matematyczna wyróżnia pewną kategorię obiektów, takich jak: grupy, przestrzenie wektorowe, przestrzenie topologiczne itp. W każdej takiej kategorii istnieją wyróżnione odwzorowania pomiędzy obiektami o szczególnie naturalnym dla danej kategorii charakterze. Odwzorowaniami takimi są np.: homomorfizmy grup, odwzorowania liniowe, homeomorfizmy itp. Takie naturalne odwzorowania ustalają równoważność obiektów z danej kategorii. Możemy rozważać zmiany obiektów przy określonych typach zaburzeń. Pojęcie strukturalnej stabilności można uogólnić na inne dziedziny matematyczne.

3. STABILNOŚĆ A IDEALIZACJA

Pojęcie strukturalnej stabilności dla układów dynamicznych zostało wprowadzone do matematyki przez Andronowa i Pontriagina [1] w związku z badaniami nad jakościową teorią równań różniczkowych. W pracy Andronowa, Leontowicza, Gordona i Majera [2] czytamy: „Własność strukturalnej stabilności [autorzy używają nazwy „grubości układu"] jest szczególnie ważna, gdy mamy do czynienia z układami wynikłymi w związku z zastosowaniami fizycznymi, na przykład przy dyskusji problemów fizycznych. Wartości parametrów wchodzących do prawych stron układu wiążą się z fizyką i w rzeczy samej znane są jedynie z pewną dokładnością. Jeśli małe zmiany tych parametrów prowadzą do zmiany topologicznej struktury układu dynamicznego (układ jest strukturalnie niestabilny), to jest oczywiste, że topologiczna struktura układu nie daje możliwości bezpośredniego wnioskowania o rozważanych zjawiskach. I odwrotnie, jeśli układ jest strukturalnie stabilny, to jego struktura topologiczna może pozostawać w ścisłym związku z fizycznymi własnościami zjawisk".

Dla pełniejszego obrazu przytoczmy jeszcze uwagi innego znanego matematyka, Arnolda [3]: „Przy stosowaniu dowolnego modelu matematycznego powstaje pytanie, czy nie użyliśmy błędnie matematycznych wyników do opisu rzeczywistości. W rzeczy samej załóżmy, że wynik jest bardzo czuły na najmniejszą zmianę modelu (powiedzmy na małą zmianę pola wektorowego określającego równanie różniczkowe), co prowadzi

[1] Klasyczną pracą z tej dziedziny jest: A. A. Andronow, Ł. S. Pontriagin, *Grubyje sistiemy*. „Doklady Akademii Nauk SSSR" 14 (1937).

[2] *Teoria bigurkacji dinamiczeskich sisiem na płoskosti*, Moskwa 1967, s. 10.

[3] W. I. Arnold, *Dopołnitielnyje gławy tieorii obyknowiennych difierienсjalnych urawnienii*, Moskwa 1978, s. 84.

do modelu o zasadniczo odmiennych własnościach. Takie wyniki trudno rozciągnąć na badany proces, albowiem przy konstrukcji modelu zawsze dokonujemy idealizacji, parametry określamy z pewnym przybliżeniem itp. W ten sposób pojawia się problem odrzucenia tych własności modelu, które są czułe na niewielkie zmiany modelu, a mogą być postrzegane jako własności realnego procesu [...] Jedna z prób wyboru takich własności doprowadziła do pojęcia strukturalnej stabilności układu".

Z wypowiedzi tych wynika jasno, że pojęcie strukturalnej stabilności matematycy traktują jako postulat metodologiczny, który winny spełniać modele zjawisk fizycznych. Stosowanie do modelowania zjawisk układów dynamicznych i idealizacyjny charakter praw fizyki każą nam wymagać od opisu strukturalnej stabilności. Oczywiście rozważane w fizyce układy są często strukturalnie niestabilne, tym niemniej w opisie zjawisk winniśmy zmierzać do opisu strukturalnie stabilnego.

Spróbujmy przyjrzeć się związkowi pomiędzy strukturalną stabilnością a idealizacją trochę bliżej. Załóżmy, że mamy do czynienia z układami dynamicznymi o postaci:

$$\dot{x}=P(x, y), \qquad \dot{y}=Q(x, y)... \tag{1}$$

Niech funkcje $P(x, y)$, $Q(x, y)$ będą klasy C^2. Układy dynamiczne o postaci (1) nazywają się autonomicznymi układami na płaszczyźnie (x, y). Należą do nich np. układy dynamiczne mechaniki newtonowskiej, opisywane przez równanie ruchu $x=F(x, x)$, $\dot{x}=y$. Przestrzeń wszystkich układów dynamicznych o postaci (1) możemy w prosty sposób unormować, wprowadzić na niej metrykę, w której przestrzeń ta będzie zupełna. Strukturalnie stabilne układy (1), określone na zwartych obszarach płaszczyzny fazowej (x, y), tworzą podzbiory otwarte i wszędzie gęste w tej przestrzeni. Podzbiory te rozpadają się na składowe zawierające strukturalnie stabilne układy posiadające jednakową strukturę topologiczną. Zbiory brzegowe oddzielające te składowe zawierają układy strukturalnie niestabilne. Zmiana topologicznej struktury układu może nastąpić tylko po przejściu przez układ strukturalnie niestabilny. Struktura przestrzeni układów dynamicznych jest bardzo ładna, prawie wszystkie układy są strukturalnie stabilne.

W klasie przestrzeni metrycznych zupełnych prawdziwe jest tzw. twierdzenie Banacha o punkcie stałym. Niech $A : M \to M$ będzie odwzorowaniem przestrzeni metrycznej M (z metryką ϱ) w siebie. Odwzorowanie A nazywa się odwzorowaniem zwężającym, jeśli istnieje stała λ, $0<\lambda<1$ taka, że $\bigwedge_{x,y \in M} \varrho(Ax, Ay) \leqslant \lambda \varrho(x, y)$; $x, y \in M$. Wtedy, gdy M jest przestrzenią metryczną zupełną, odwzorowanie A ma dokładnie jeden punkt X stały, tj. taki, że $AX=X$[4]. Dla dowolnego punktu $x \in M$ ciąg obrazów tego punktu, przy kolejnym stosowaniu odwzorowania A : x, Ax, A^2x,..., jest zbieżny do punktu stałego X. Zbiór punktów $\{x, Ax, A^2x,...\}$ nazywa się ciągiem kolejnych przybliżeń punktu X.

Spróbujmy przenieść powyższe rozważania na interesujące nas zagadnienie związku pomiędzy pojęciem stabilności a idealizacją. Oczywiście, ma to dla nas bardziej znaczenie zyskania większej poglądowości, niż dokładnego określenia procesu idealizacji. Załóżmy, że ostateczny opis jakiegoś zjawiska jest możliwy za pomocą układu dynamicznego na płaszczyźnie. Zadaniem fizyki jest podać ten opis. Fizyk (fizyk I) ma dwie drogi, którymi może pójść. Pierwsza polega na tym, że apriorycznie odgaduje on opis (co jest zresztą mało prawdopodobne). Druga polega na tym, że fizyk (fizyk II) startuje z pewnego punktu x, który reprezentuje mniej lub bardziej zadowalający opis zjawiska i ciągiem albo podciągiem kolejnych przybliżeń, stosując procedurę idealizacyjną, zbliża się do właściwego opisu. Droga ta jest żmudna i długa. Wcześniej fizyk ten zadbał już o to, by poruszać się w podzbiorze opisów strukturalnie stabilnych i bada tylko takie modyfikacje równań, które nie popsują struktury przestrzeni fazowej.

Wszystko, co wyżej powiedzieliśmy, odnosi się do układów dynamicznych na płaszczyźnie fazowej o wymiarach 1 i 2. Dla wyższych wymiarów $n \geqslant 3$ problem się jednak mocno komplikuje. S. Smale w 1965 r. podał przykład układu, w otoczeniu którego nie istnieje żaden układ strukturalnie stabilny[5]. Przykład Smale'a pokazuje, że na czterowymiarowej rozmaitości istnieją pola wektorowe, których nie można uczynić strukturalnie stabilnymi przez wprowadzenie małych zaburzeń. Później skonstruowano pola o tej własności na 3-wymiarowej rozmaitości (przypis 5). Wyniki te posiadają fundamentalne znaczenie dla jakościowej teorii równań różniczkowych. Pokazują one mianowicie, że problem zupełnej klasyfikacji topologicznej równań różniczkowych na wielowymiarowej przestrzeni fazowej $n \geqslant 3$ jest nierozwiązalny, jeśli nawet wykluczymy przypadki zdegenerowane i będziemy się ograniczać do tzw. układów ogólnego położenia. W przestrzeni układów dynamicznych o wymiarach $n \geqslant 3$ istnieją całe obszary wolne od strukturalnie stabilnych układów i małe zaburzenie strukturalnie niestabilnego układu niekoniecznie musi prowadzić do układu strukturalnie stabilnego. Fizyk II w swych poczynaniach może być zdany na błądzenie, może posługiwać się w swym opisie układami strukturalnie niestabilnymi. Gorzej jeśli wpadnie w obszar

---

[4] Por. W. I. Arnold, *Równania różniczkowe zwyczajne*, Warszawa 1975, s. 205.

[5] Z konstrukcją S. Smale'a można zapoznać się w książce: W. I. Arnold, *Dopołnitielnyje gławy*. Później zostały znalezione układy dynamiczne w trójwymiarowej przestrzeni fazowej. Por.: S. Newhous, *Nondensity of Axiom A(a). Global Analysis* „Proceed. Pure Math. AMS" 14 (1971) s. 191—203.

strukturalnie niestabilny, podobny do przykładu podanego przez Smale'a. Nie może się stąd wydostać, wprowadzając różnego rodzaje małe zaburzenia (chyba, że zastosuje metodę aprioryczną). Jeśli fizyk II posługuje się opisem strukturalnie niestabilnym, wówczas traci sens pojęcie idealizacji jako procesu zbliżającego do pełnego opisu zjawiska. W takim wypadku pozostaje jedynie wiara w to, że świat ma pewną własność W, której a priori mieć by nie musiał, a która polega na tym, że nasze proste modele matematyczne są adekwatne do rzeczywistości [6].

Wspomnijmy jeszcze o innej niezwykłej własności przestrzeni układów dynamicznych, a mianowicie o możliwości istnienia strukturalnie stabilnych układów opisujących ruchy złożone, z których każdy jest wykładniczo niestabilny. Wcześniej uważano, że dla układu o bardziej złożonej budowie (na przykład dla układu zachowawczego), przy małych zmianach równań (na przykład przy małych zaburzeniach niezachowawczych), ruchy złożone „rozsypią się" na ruchy proste. Obecnie wiadomo, że w przestrzeni układów dynamicznych istnieją całe obszary o znacznie bardziej złożonym przebiegu krzywych fazowych, a cały ten złożony obraz z gęstymi krzywymi fazowymi i nieskończenie wieloma zamkniętymi trajektoriami pozostaje zachowany przy przejściu do bliskiego układu (układ jest strukturalnie stabilny). Trajektorie fazowe podobnych układów charakteryzują się, przy dużych *t*, tzw. własnością mieszania, tj. trajektoria fazowa zachowuje się tak, jak gdyby punkt poruszał się w niej w sposób losowy. Przypuszcza się, że naturalną dziedziną zastosowania tych układów jest teoria ruchu cieczy lepkiej (teoria turbulencji). Wyobraźmy sobie np. zamknięte naczynie wypełnione nieściśliwą cieczą lepką, która jest wprowadzona w ruch za pomocą siły zewnętrznej (mieszadła). Mieszadło jest konieczne, aby lepkość nie spowodowała wygaszenia ruchu. Obserwator zewnętrzny obserwuje stochastyczne zachowanie się cieczy lub turbulencję. Filozoficznie jest interesujące istnienie modeli zjawisk, w których obserwuje się stochastyczność, chociaż są ze swej natury deterministyczne [7].

4. STABILNOŚĆ A POMIAR

Przekonaliśmy się, że pojęcie strukturalnej stabilności może być mniej lub bardziej szerokie w zależności od postulowanych dopuszczalnych zaburzeń i określenia równoważności układów. O tym, czy w danym konkretnym przypadku jest ono zadowalająco określone, powinien decydo-

[6] Do podobnego poglądu dochodzi A. Staruszkiewicz. *Co znaczą słowa Einsteina „Bóg jest pomysłowy, lecz nie złośliwy"*, „Roczniki Filoz. KUL" 28 (1980) s. 67—69.

[7] Dokładniej por.: W. I. Arnold, *Matematyczne metody mechaniki*, Warszawa 1981, s. 289.

wać postulat powtarzalności eksperymentu. Pomiar fizyczny jest zawsze obarczony błędem. Do danych wyników eksperymentalnych można dopasować wiele różnych modeli, mieszczących się w granicach błędu pomiarowego. Możemy więc sformułować ogólne wymaganie odnośnie do pojęcia strukturalnej stabilności. Wszystko, co fizyczne, winno być stabilne na tyle, na ile powinno być obserwowalne w ponownym akcie pomiaru. Oczywiście można wymagać także odmiennej zasady stabilności, np. aby wszystko, co fizyczne, było na tyle stabilne, na ile dopuszcza nasze istnienie jako inteligentnych podmiotów obserwujących świat. Jest to nic innego jak inne sformułowanie zasady antropicznej [8]. W ten sposób, kierując się ogólną zasadą powtarzalności eksperymentu, dopasowuje się do konkretnej sytuacji odpowiednią definicję stabilności.

5. FUNKCJE POJĘCIA STABILNOŚCI

Zacznę od pewnej wzmianki historycznej. W początkach ery maszyny parowej, a także i później, do regulacji dopływu pary stosowano tzw. regulatory Watta (serwomechanizmy). W miarę zwiększania mocy tych urządzeń należało zwiększać wielkość mechanizmu regulującego, aby zmniejszać straty energii spowodowane tarciem. I tutaj konstruktorów spotkała niespodzianka: okazało się, że istnieją pewne krytyczne wartości masy urządzenia regulującego, współczynnika tarcia, przy których mechanizm nie działa. Później z teoretycznych obliczeń okazało się, że występują tutaj niestabilności. Teoria była w stanie podać ogólne zalecenia odnośnie do konstrukcji stabilnego regulatora. Dzisiaj prowadzi się szerokie badania stabilności układów, aby uchronić się przed podobnymi niespodziankami. Zacząłem od tej funkcji pojęcia stabilności, ponieważ wydaje mi się, że właśnie w kontekście praktycznych zastosowań pojawiło się pierwsze naiwne pojęcie stabilności.

Inny przykład. Historycznie pierwszym modelem kosmologicznym, opisującym wszechświat w ramach ogólnej teorii względności, był model Einsteina skonstruowany w 1917 r. Krytyka świata Einsteina dotyczyła również jego niestabilności. Okazuje się mianowicie, że wprowadzając małe zaburzenia gęstości w świecie Einsteina, otrzymamy model o drastycznie odmiennej ewolucji. Prowadzone badania nad zaburzeniami świata Einsteina doprowadziły Lemaître'a i Eddingtona do odkrycia nowych rozwiązań niestatycznych ogólnej teorii względności. W tym przypadku niestabilność względem małych zaburzeń posłużyła jako falsyfikator świata statycznego i dodatkowo doprowadziła do odkrycia nowych rozwiązań (funkcja heurystyczna pojęcia stabilności).

[8] Por. np. B. J. Carr, *The Anthropic Principle*, „Acta Cosmologica" 11 (1982) s. 143—151.

Pojęcie strukturalnej stabilności jest fundamentalnym pojęciem dla teorii katastrof, czyli dynamicznej teorii morfogenezy. Jej pierwotnym celem było sformułowanie dziedziny matematycznej, w której sformalizowaniu uległaby nasza intuicja formy. Obserwowane w przyrodzie formy cechują się niejednokrotnie własnościami stabilności oraz powtarzalności, stąd liczne zastosowania teorii katastrof w fizyce, biologii. Stosuje się ją także w naukach społecznych i lingwistyce (funkcja wyjaśniająca)[9].

Znany z badań nad teorią układów dynamicznych, matematyk amerykański S. Smale[10], formułuje program mechaniki jakościowej. Jej zadaniem nie byłoby badanie konkretnych rozwiązań, ale ustalanie własności określonych podzbiorów przestrzeni układów dynamicznych. W szczególności interesujące byłoby stwierdzenie, czy przysługuje im własność stabilności i czy tworzą otwarte gęste podzbiory (stabilność jako metoda, styl uprawiania mechaniki).

Już z tego pobieżnego rzutu okiem na pojęcie stabilności widzimy, że pełni ono najrozmaitsze funkcje: podnosi się je do rangi metody, stylu uprawiania mechaniki, wyjaśnia się przy jego pomocy pewne konkretne problemy fizyczne, czasami falsyfikuje teorie, posługuje się nim jako heurystyczną metodą odkrywania nowych zależności.

6. STABILNOŚĆ A WSZECHŚWIAT

Mówiliśmy już o tym, że pojęcie stabilności jest na tyle uniwersalne, że może być odnoszone do różnych obiektów matematycznych. Takim obiektem może być para (M, g), złożona z rozmaitości różniczkowej M i zadanego na niej pola metrycznego, tensorowego (metryki Lorentza), która spełnia lokalnie równania pola ogólnej teorii względności. O parze (M, g) możemy powiedzieć, że modeluje wszechświat i jest jego możliwym opisem w największej skali. Zamiast zastanawiać się nad tym, czy pojęcie stabilności może być stosowane do wszechświata (jest on nam bowiem dany tylko w jednym egzemplarzu i jeśli mówić o stabilności, to jedynie w znaczeniu stabilnego opisu), zwrócę uwagę na pewne — moim zdaniem — niebanalne własności świata z punktu widzenia ich stabilności. Jeśli mówić będziemy teraz o stabilnych własnościach wszechświata to w tym sensie, że jeżeli własność K przysługuje parze (M, g), to

[9] Książką omawiającą różnorakie zastosowania tej teorii jest: T. Poston, I. Stewart *Catastrophe Theory and Its Applications*, London—San Francisco—Melbourne 1978

[10] S. Smale, *Topology and Mechanics*, „Inventiones Mathematicae" 10 (1970) s. 305—311; 11 (1970) s. 45—64 (istnieje przekład rosyjski w „Uspiechi Matiematiczeskich Nauk" 27, 1972, s. 78—133); S. Smale, *The Mathematics of Time*, New York—Heidelberg—Berlin 1980.

przysługuje również parze (M, g), przy czym pola tensora metrycznego g i g' są w pewnym sensie bliskie [11].

Pierwszym interesującym faktem jest to, że własność stabilności struktury kauzalnej prowadzi do wyróżnienia czasu kosmologicznego; K jest teraz własnością polegającą na tym, że (M, g) nie zawiera zamkniętych linii czasowych [12]. Tak więc już sama możliwość mówienia o historii wszechświata zakłada istnienie stabilnej struktury kauzalnej, tylko wtedy bowiem może istnieć uniwersalny czas kosmiczny [13].

Dalej postaram się pokazać, że rozwój kosmologii idzie w kierunku konstrukcji modelu o właściwościach stabilnych (stabilnych strukturach).

Rewolucja Friedmanowska w kosmologii polegała na przejściu od statycznego wszechświata Einsteina do badania niestatycznych, ekspandujących modeli, i jest traktowana jako jedno z najbardziej doniosłych odkryć kosmologicznych, które zyskały empiryczne potwierdzenie. Jest to nic innego jak przejście od niestabilnej własności wszechświata, jaką jest statyczność, do badania modeli niestatycznych odznaczających się własnością stabilności (albo tworzących zbiory duże w *ensemble* wszechświatów — przestrzeni możliwych wszechświatów).

Innym wskaźnikiem postępu w kosmologii relatywistycznej jest przejście od badania klasy modeli maksymalnie symetrycznych (przestrzennie jednorodnych i izotropowych) w kierunku badania modeli o obniżonej symetrii (np. jednorodnych). Podkreśla się, że intencją tego typu badań jest, po pierwsze — zwiększenie stopnia ogólności rozważań, po drugie — zbliżenie opisu wszechświata do obserwowanego anizotropowego rozkładu mas w małej skali (zmniejszanie założeń idealizacyjnych). Znany jest fakt, że w klasie modeli jednorodnych modele jednorodne i izotropowe tworzą zbiory małe (zerowej miary), które z kolei tworzą zbiory zerowej miary w *ensemble* wszechświatów. Przejścia od jednorodności i izotropowości do jednorodności, a stąd do badania modeli niejednorodnych anizotropowych, można w pewnym sensie traktować jako przejścia od własności niestabilnych do własności stabilnych w *ensemble*

[11] Nie chciałbym tutaj wchodzić w subtelności matematyczne związane ze sposobem zadawania topologii. Zainteresowanych odsyłam do pracy: S. W. Hawking, *General Relativity and Gravitation*, s. 393—400. Można sobie intuicyjnie to wyobrazić w ten sposób, że istnieje pewna zadowalająca topologia, w której pola g i g' są bliskie, a pola te zadane są na ustalonej rozmaitości M. W słabszej topologii wymagamy bliskości metryk g i g' co do ich wartości. W mocniejszej topologii żądamy, aby dodatkowo wartości pochodnych kowariantnych do k-tego rzędu włącznie były bliskie.

[12] Por. M. Heller, *Wszechświat i czas — zagadnienie czasu w kosmologii*, „Postępy Astronomii" 28 (1980) s. 121—129.

[13] Mówimy tutaj o stabilności w tym znaczeniu, że jeśli własność K przysługuje modelowi (M, g) to przysługuje również bliskiemu punktowi (M, g') w pewnej przestrzeni wszystkich metryk Lorentza, zadanych na ustalonej rozmaitości bazowej M (tzw. metaprzestrzeni Hawkinga). Od par (M, g) nie wymagamy spełniania równań pola.

wszechświatów. Wydaje się więc, że istnieje pewna zadziwiająca logika ewolucji kosmologii, polegająca na przechodzeniu od tego, co niestabilne, do tego, co stabilne. Procesowi temu towarzyszy zmniejszenie liczby założeń idealizacyjnych. Pewne stabilne własności rozwiązań utrwalają się jako trwałe zdobycze w procesie poznania świata i tak proces ten postępuje dalej. Dodajmy jeszcze, że przestrzeń wszystkich par (M, g) ogólnie nie jest gładka [14].

Możemy oczywiście wierzyć w to, że istnieje pewna zadowalająca topologia, nie wyznaczona przez metrykę z dobrze określonym pojęciem bliskości, takim że poszukiwany model jest bliski światowi Friedmana, jak to zdają się potwierdzać obserwacje. Tak więc i tym razem, aby wytłumaczyć racjonalność rozwoju kosmologii dochodzimy do wniosku, że świat musi mieć pewną własność W, której mieć by nie musiał, a która polega na tym, że nasze proste opisy świata są adekwatne do rzeczywistości. I jest to przejaw życzliwości Pana Boga.

* *
*

Badaliśmy pojęcie stabilności i zauważyliśmy jego niebanalny związek z pomiarem i idealizacją. Następnie, aby wytłumaczyć skuteczność procedur idealizacyjnych, byliśmy zmuszeni przyjąć założenie, że świat posiada pewną własność W, która gwarantuje adekwatność naszych prostych modeli matematycznych do rzeczywistości. Własność ta polega na tym, że Bóg tworzący lub myślący świat, czyni to tak, by fizycy mogli się go domyślać i odtwarzać przy pomocy swoich modeli.

PHILOSOPHICAL ASPECTS OF THE STABILITY CONCEPT

Summary

Different meanings of the stability concept are briefly presented (stability of the Cauchy problem, structural stability, equilibrium stability). It turns out that the stability concept fulfils many methodological functions. It is strictly connected with the possibility to make idealizations when constructing physical models of the reality. It also ensures the meaningfullness of measurement operations. As an example, the functions of this concept in modern cosmology are discussed.

---

[14] Por. A. E. Fischer, J. E. Marsden, V. Moncrief, *Symmetry Breaking in General Relativity*, [w:] *Essays in General Relativity*, pod red. F. J. Tiplera, 1980, s. 79—96.